

## تأثير شحنة الفراغ في تصميم عدسة كهروستاتيكية احادية الجهد

م.ندى عبد الفتاح محمد  
كلية العلوم للبنات - قسم الفيزياء

### الخلاصة

يقدم البحث دراسة نظرية في مجال بصريات الجسيمات المشحونة ويتركز حول ايجاد التصميم الامثل لعدسة كهروستاتيكية احادية الجهد لتبشير حزم الجسيمات المشحونة حيث استخدمت الطريقة العكسية في تصميم العدسة الكهروستاتيكية. تم حل معادلة الشعاع المحوري للحصول على مسار الجسيمات المشحونة وحساب الخواص البصرية مثل البعد البؤري ومعامل الزيغ الكروي ومعامل الزيغ اللوني ومن ثم الحصول على شكل الاقطاب للعدسة الكهروستاتيكية من حل معادلة بواسون. وقد بينت نتائج البحث قيم قليلة للزيغين الكروي واللوني والتي تعطي مؤشرا على كفاءة تصميم العدسة.

## Space-Charge Effect on the Theoretical Design of Enzil Lens

Nada. A. Mohammed

College of Science for women - Physics Dept.

### ABSTRACT

The present work is a theoretical study in the field of charged particle optics. It concentrates on the design of electrostatic enzil lens for focusing charge particles beams, using inverse method in designing the electrostatic lens.

The paraxial ray equation was solved to obtain the trajectory of the particles, the optical properties such as the focal length and spherical and chromatic aberration coefficients were determined. The shape of the electrode of the electrostatic lens were determined by solving poisson equation and the results showed low values of spherical and chromatic aberrations, which are considered as good criteria for good design.

### المقدمة :-

يعتبر علم البصريات الالكترونية أحد فروع الفيزياء التي تتعامل مع حركة الجسيمات المشحونة في المجالين الكهربائي والمغناطيسي [1].

ان أي مجال الكهروستاتيكي متماثل محوريا يمكن اعتباره كعدسة كهروستاتيكية [2],[3]. وتعتبر العدسات الكهروستاتيكية التي تم تصميمها في هذا البحث من انواع العدسات المهمة في تطبيقات البصريات الالكترونية والتي تمتاز بأن لها نفس الجهد على جانبي الجسم والصورة. في عام (١٩٩٨) أجرى العالم Qaseer دراسة حول تأثير شحنة الفراغ ( Space Charge ) في تصميم عدسة كهروستاتيكية حيث اخذ عدستين واعتبرهما عدسة واحدة [4].

**النظرية :-**

في حالة المجالات المستقرة فإن المجال الكهربائي  $E$  يحدد بواسطة الجهد الكهروستاتيكي (U) (Electrostatic Potential) فقط وحسب علاقة إنحدار الجهد التالية :-

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}U \quad (1)$$

ومن خلال دمج المعادلة (١) مع قانون كاوس فإن:  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

حيث  $\rho$  هي كثافة شحنة الفضاء (Space charge density) وتقاس بوحدة  $(C/m^3)$   $\epsilon_0$  هي السماحية للفراغ ( Permittivity of free space ) وتساوي  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  وبذلك يمكن كتابة معادلة بواسون (Poisson's equation) كما يلي :-

$$\nabla^2 U = -\rho / \epsilon_0 \quad (2)$$

إن نظام العدسة هو متماثل دورانياً ( Axially symmetric ) حيث يعد نظام الإحداثيات الأسطوانية ( Cylinder Coordinate ) هو النظام الأكثر ملائمة للمجال المتماثل دورانياً حيث أن المحور  $z$  هو المحور البصري الذي يمثل محور التماثل ويبعد عن الجهد (U) في أي نقطة بثلاث إحداثيات  $(r, z, \theta)$  أي أن  $U = U(r, z, \theta)$  وبما أن النظام متماثل دورانياً فيمكن إهمال  $\theta$  أي تصبح  $U$  هي  $U(r, z)$ .

في حالة المجالات المتماثلة دورانياً وبوجود شحنة الفراغ فإن الجهد يحقق معادلة بواسون في نظام الإحداثيات الأسطوانية ويمكن كتابته بالصيغة [5].

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3)$$

ويكون حل المعادلة (٣) على شكل متسلسلة أسية (power series) ذات أسس زوجية كما يأتي

$$U(r, z) = U_0(z) + U_2(z)r^2 + U_4(z)r^4 + \dots \quad (4)$$

حيث  $U_4, U_2$  تمثل المشتقة الثانية والرابعة للجهد  $U_0$  [5].

أن معادلة الشعاع المحوري ( paraxial-ray equation ) تكتب بالصيغة [6][7] :

$$2r''V' + r'V' + r \left( \frac{V''}{2} \right) = \frac{I}{2R\pi\epsilon_0(2\eta V)^{1/2}} \quad (5)$$

أن المعادلة (٥) هي المعادلة التي تصف حركة الجسيمات المشحونة في المجال الكهروستاتيكي المتماثل دورانياً وهي معادلة تفاضلية (Differential equation) متجانسة (Homogeneous) خطية (Linear) من الدرجة الثانية (Second-order) ولحساب مسار الحزمة الالكترونية تحت تأثير شحنة الفراغ لهذه العدسة تم حل معادلة الشعاع المحوري (٥) .  
 أن قيم الزيوغ (Aberration) والتي تعتبر من العوامل الأساسية والمهمة لأي منظومة بصرية إذ أن من المهم أن يتم تصميم العدسة بحيث تعطي أقل قيم زيوغ للحصول على أفضل صورة ' لقد تم في هذا البحث إجراء التصميم للعدسة بحيث يعطي أفضل قيم للزيوغ الكروي واللوني (Spherical and Chromatic Aberration) ( $C_C, C_S$ ) إذ يعتبر هذان النوعان من الزيوغ هما المهيمنة على الأنواع الأخرى لمتل هذا النوع من العدسات ولحسابهما تم استخدام المعادلات التالية [9]:

$$\frac{U^{-1/2}(z_0)}{16r^4} \int_{z_0}^{zi} \left\{ \frac{5}{4} \left( \frac{U'(z)}{U(z)} \right)^2 + \left( \frac{U(z)}{U(z)} \right)^4 \right\} r^4(z) + \frac{14}{3} \left( \frac{U(z)}{U(z)} \right)^3 r'(z) r^3(z) - \frac{3}{2} \left( \frac{U(z)}{U(z)} \right)^2 r'^2(z) r'(z) \} U^{1/2}(z) dz \quad \text{①}$$

$$C_s = \frac{\text{①}}{C_s}$$

$$C_c = \frac{U^{1/2}(z_0)}{r_0'^2} \int_{z_0}^{zi} \left[ \frac{1}{2} \frac{U'(z)}{U(z)} r'(z) r(z) + \frac{U''(z)}{4U(z)} r^2 \right] U^{-1/2}(z) dz \quad (7)$$

حيث ان  $C_C, C_S$  يمثلان معاملي الزيغ الكروي واللوني على التوالي ويعبر عن معامل الزيغ الكروي واللوني في جانب الصورة  $C_{CI}$  و  $C_{SI}$  حيث ان المحور  $z$  هو المحور البصري الذي يمثل محور التماثل ويبعد عن الجهد ( $U$ ) في أي نقطة بثلاث إحداثيات ( $r, z, \theta$ ) أي أن  $U = U(r, z, \theta)$  وبما أن النظام متماثل دورانياً فيمكن إهمال  $\theta$  أي تصبح  $U$  هي  $U(r, z)$  .

تعتمد الطريقة العكسية على إيجاد قيم الزيوغ للعدسة والتي يمكن تحديدها بإيجاد التوزيع الأمثل للدوال المحورية مثل توزيع الجهد المحوري  $U(z)$  .

في هذه الطريقة يتم حساب توزيع الجهد الكهروستاتيكي وتوزيع المجال المحوري الذي يحقق معادلة الشعاع المحوري (المعادلة ٥) ومن ثم إيجاد الخواص البصرية ومعاملات الزيوغ اللوني والكروي والخطوة الأخيرة هي إيجاد شكل القطب الأمثل للعدسة والذي يحقق قيم الزيوغ القليلة وذلك بعد ان يتم إيجاد الجهد المحوري ومشتقيه الأولى والثانية .

**النتائج والمناقشة :-**

بينت نتائج البحث امكانية الحصول على تصميم عدسة احادية الجهد . الشكل (١) يوضح توزيع الجهد المحوري لعدسة احادية الجهد ، والذي يبين ان توزيع الجهد يمتلك قمة واحدة وذلك بالاعتماد على فولتية القطب المركزي والتي تؤثر على قوة التكبير اذ تزداد مع زيادة فولتية القطب المركزي ، ويلاحظ من الشكل ايضاً ان الجهد المحوري متساوي في جانبي الجسم والصورة أي ان  $U(z_i) = U(z_o)$  وهذا يدل على ان توزيع الجهد هو لعدسة احادية الجهد .

لقد تمت دراسة الخواص البصرية لهذه العدسة كالبعد البؤري  $f_o$  ، معامل الزيغ الكروي  $C_s$  ، معامل الزيغ اللوني  $C_c$  ، عند تغير نسب الجهود  $V_i/V_o$  بمعدل يتراوح بين (60 - 10) . الشكل (2) يبين مسار الحزمة الالكترونية والشكل (3) يوضح العلاقة بين معامل الزيغ الكروي في جانب الصورة نسبة الى البعد البؤري  $f_o$  كدالة لنسبة الجهد المعجلة  $V_c/V_o$  اذ ان  $V_c$  تمثل فولتية القطب المركزي ،  $V_o$  تمثل فولتية القطب في جانب الجسم والتي تساوي فولتية القطب في جانب الصورة  $V_i$  ، اذ ان الشكل يبين انخفاض قيم الزيوغ للعدسة بسبب زيادة نسب الجهود المعجلة اذ ان  $C_{SI}/f_o$  تقل الى 1.4 عند النسبة 20، اما قيم الزيوغ اللوني لنفس نسب الجهد تصل الى 0.89 في الشكل (4) .

الشكلان (٥) و(٦) يبينان معاملات الزيوغ الكروية واللونية نسبة الى طول العدسة  $L$  . لوحظ ان معاملات الزيوغ الكروية واللونية نسبة الى طول العدسة تقل بزيادة نسب الجهود المعجلة ، فعند نسبة الجهد ١٠ تكون  $C_s/L = 4.1$  ،  $C_c/L = 0.25$  هذه تمثل قيم مناسبة مقارنة مع نتائج الباحثة انتهاء عام 2002 ومن الواضح ان شحنة الفراغ لها تأثير على خصائص العدسة وعلى مسار الجسيمات المشحونة وبالتالي يؤثر على تبيير الحزمة للجسيمات المشحونة وعلى قيم الزيوغ .

يوضح الجدول (١) قيم معامل الزيغ الكروي في جانب الصورة  $C_{SI}$  ومعامل الزيغ

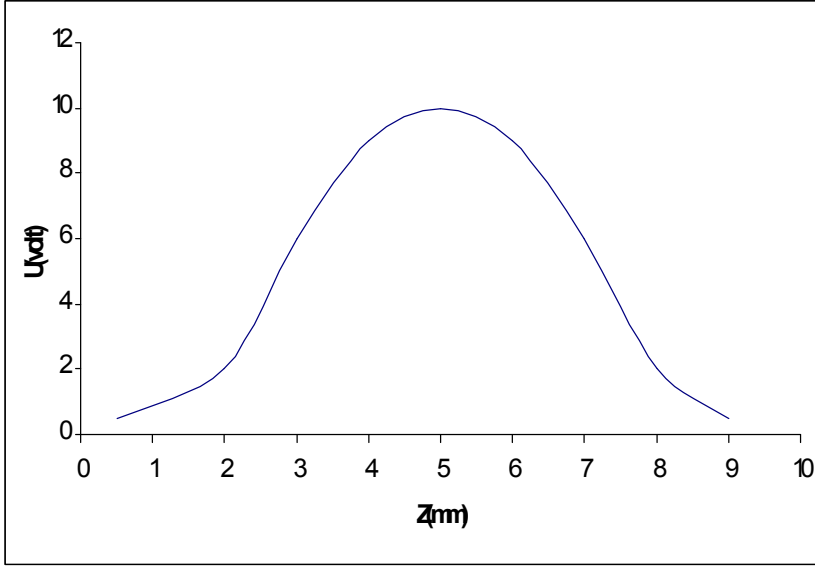
اللوني في جانب الصورة  $C_{CI}$  نسبة الى طول العدسة حيث تم اختيار قيمة نسبة الجهد (١٠) لغرض المقارنة مع عمل الباحثة انتهاء حيث ان نتائج الباحثة عند نسبة الجهد (١٠) وان اقل قيمة للزيوغ المستحصل عليها في هذا البحث عند قيمة  $V_i/V_o$  عند القيمة (١٠) ، نلاحظ ان قيم الزيوغ الكروية واللونية مقبولة نسبياً ، وهذا يرجع الى ان توزيع الجهد على الأقطاب وكذلك شكل العدسة يؤثر في شكل المسار وبدوره يؤثر في الخواص البصرية باستخدام حلول معادلات لابلاس  $\nabla^2 U = 0$  حيث  $U$  يمثل الجهد الالكتروني [10] .

**جدول (١) مقارنة بين نتائج العمل الحالي مع عمل الباحثة انتهاء [11]**

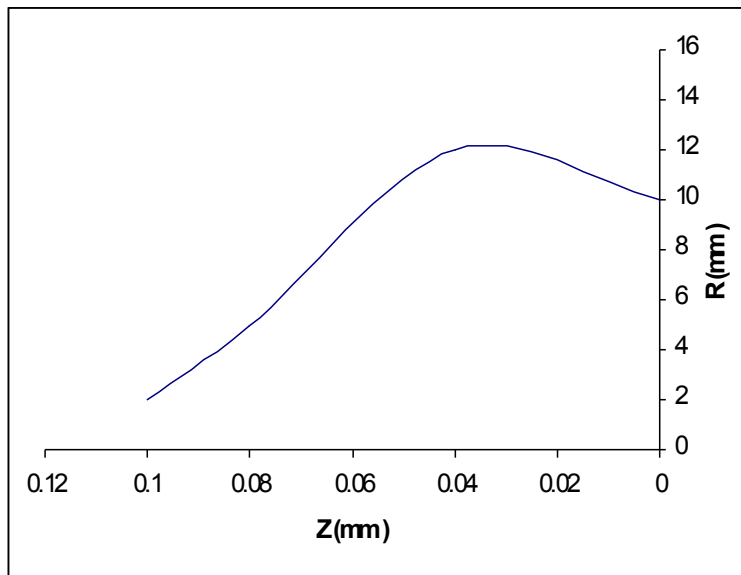
$V_i/V_o$	INTEHAA $C_s/L$	INTEHAA $C_c/L$	العمل الحالي $C_s/L$	العمل الحالي $C_c/L$
10	16.9	3.52	4.1	0.25

الاستنتاج:

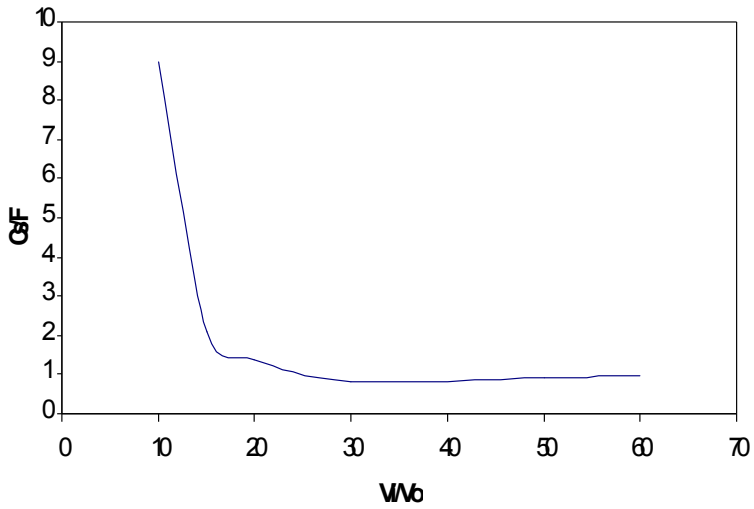
- ١- ان نسب الجهود المعجلة  $V_1/V_0$  لها تأثير كبير على معاملات الزيوغ الكروية واللونية اذ عند زيادة نسب الجهود تقل معاملات الزيوغ الكروية واللونية .
- ٢- شكل العدسة الهندسي له تأثير على مسار الحزمة وعلى معاملات الزيوغ .
- ٣- لوحظ ان معاملات الزيوغ الكروية واللونية نسبة الى طول العدسة تقل بزيادة نسب الجهود المعجلة.



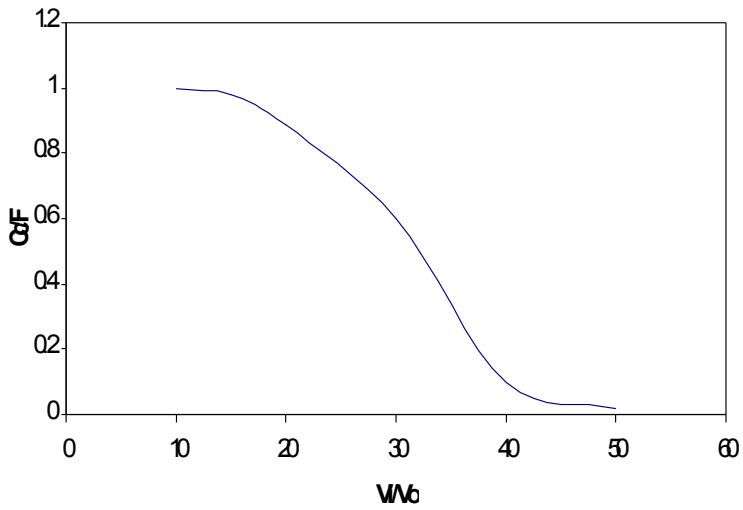
شكل (١) توزيع الجهد الكهروستاتيكي المحوري U(z) للعدسة .



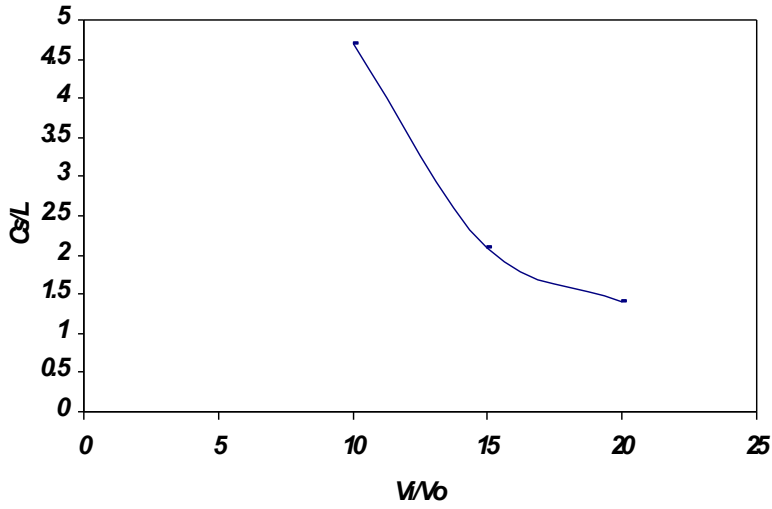
شكل (٢) مسار الحزمة الالكترونية



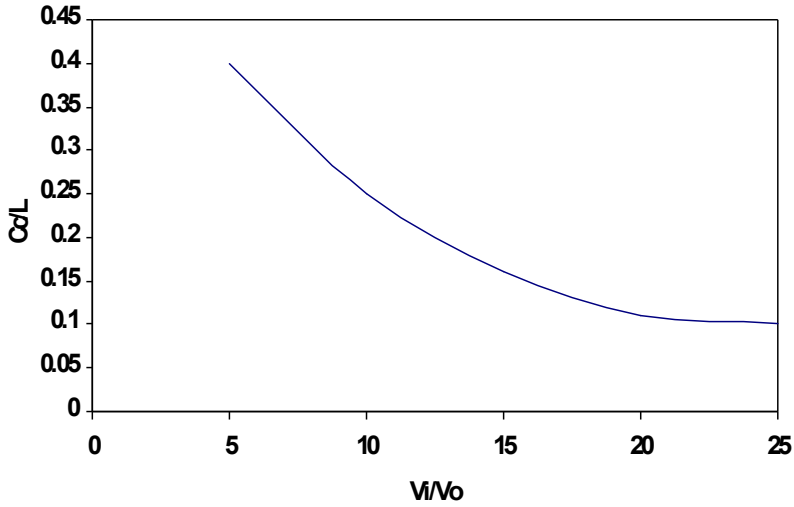
شكل (٣) تغير  $C_s/f$  مع نسبة الجهد  $V_o/V_i$



شكل (٤) تغير  $C_c/f$  مع نسبة الجهد  $V_o/V_i$



شكل (٥) تغير  $C_s/L$  مع نسبة الجهد  $V_o/V_i$



شكل (٦) تغير  $C_c/L$  مع نسبة الجهد  $V_o/V_i$

مصادر :-

- 1- Zhigarev A.,(1975), "Electron optics and electron beam devices ",(Mir Publisher : Moscow).
- 2- P.W. Hawkes and A. Septier ed. Septier, Lens aberration Focusing of charged partical" ,Academic press ,New York, 1967.
- 3- F.A.J. Al- moudarris and S. M. juma and A. K. Ahmed, "Design Of a Multi-Electrode Immersion Lens for Ion-Optical System " , Iraqi j. Appl.Phys, Vol.2, No.1-2,2006,PP.27-30
- 4- Juma S. M . , Ahmed A. K and Qaseer L. M W. (2000), " An electrostatic lens system design for telescopic mode " J. Col.Education.5-11 .
- 5- El-Karch A.B.and El- Karch J.C.J. , (1970), "Electron beam lenses and optics " , Vol. 1 (Academic Press: New York and London
- 6- Szilagy M. , Yakowitz S. J. and Duff M. o. (1984)," Procedure for electron and ion lens optimization " , Apple. Phys. Lett,Vol.44,No.7 .
- 7- Hawkes P.W. and Kasper E(1989)," "Principles of electron optics", Vol.1(Academic Press : London
- 8- Kirestein, P. T., Gordon, S, K. and Willam, E. W. (1967) Space-Charge Flow "Mc Graw-Hill"NewYork, London
- 9- Rempfer G.F., Eylield M.S. and Griffith O.H,(1998)," Lenses for electron microscopy and micro analysis " , Microsc ,Micro anal , Vol.4 No.2 , pp. 34-49
- 10- Polyanin, A. D. (2002). Handbook of Linear Partial Differential Equations for Engineers and Scientists. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press.
- 11- Intehaa A.M (2002) "Theoretical desigen of an electron gun lenses using numerical methods, M.Sc. Thesis College of education for women, university of Baghdad, Iraq.